TILLGÄNGLIG MATEMATIK-UNDERVISNING MED FOKUS PÅ SPRÅKLIGA ASPEKTER

CECILIA SEGERBY

Högskolan Kristianstad

SPRÅKET

- Det är genom språket vi tar till oss kunskap och genom språket som vi förmedlar kunskap.

- Matematik är ett eget språk (Shanahan & Shanahan, 2012)

TEXTER I MATEMATIKEN

- Texterna i matematikböckerna är i allmänhet väldigt korta med få ledtrådar för läsaren att förstå de matematiska ord och begrepp som presenteras (Barton & Heidema 2002).

- Dessa ord och begrepp är dessutom ofta integrerade med siffror, förkortningar, symboler, bilder, grafer och diagram, vilket gör dem multimodala (Noonan 1990). Att förstå dessa komplexa multimodala texter ställer stora krav på elevernas läsförmåga.

INDIVIDUELLT RÄKNANDE I MATEMATIKBOKEN (BOESEN M. FL., 2012; ROOS, 2020; SEGERBY, 2015)

Ställer krav på elevernas läsförmåga gällande både **avkodning** och **förståelse.**

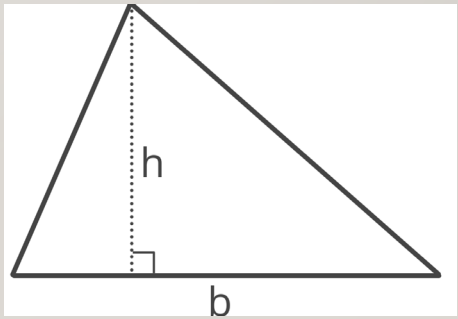
Avkodning:

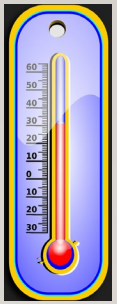
oftast läser man texter från vänster till höger och uppifrån och ner MEN i matematiken behöver man även läsa från

-Höger till vänster: Tallinje

-Nerifrån och upp:

Ex läsa av höjden i en triangel och grader i en termometer.



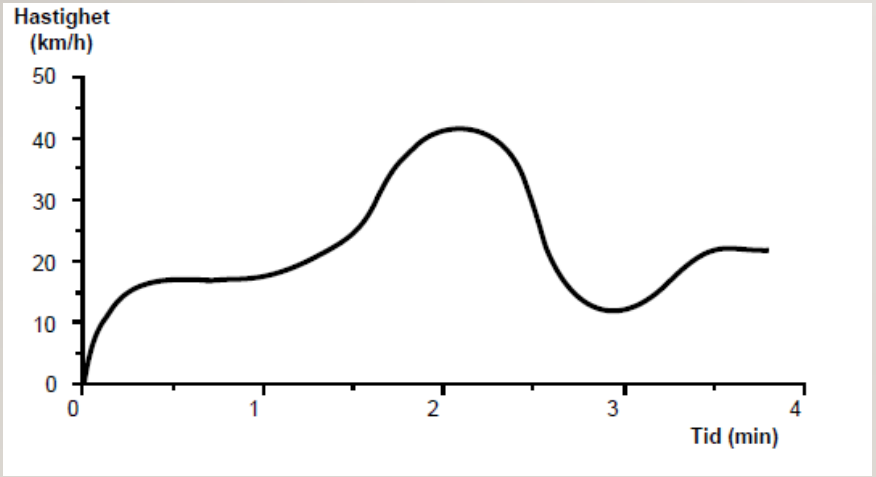


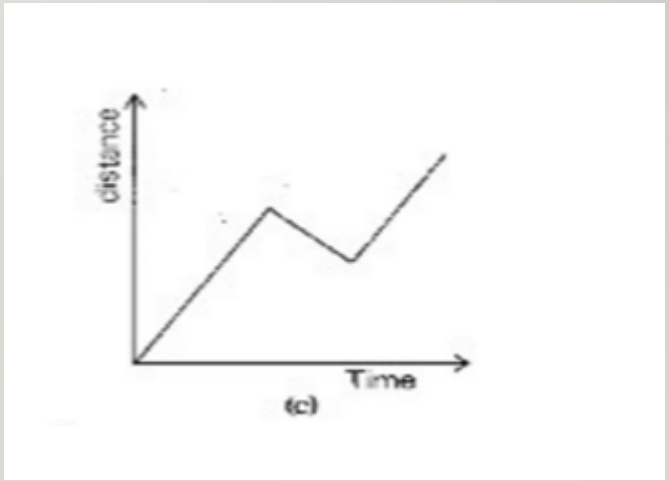
-Symbol översättas till ord, ex ”+”.

(Bilder hämtade ifrån Pixabay samt egen konstruktion)

FORTSÄTTNING AVKODNING I MATEMATIK

-Läsa diagonalt: grafer



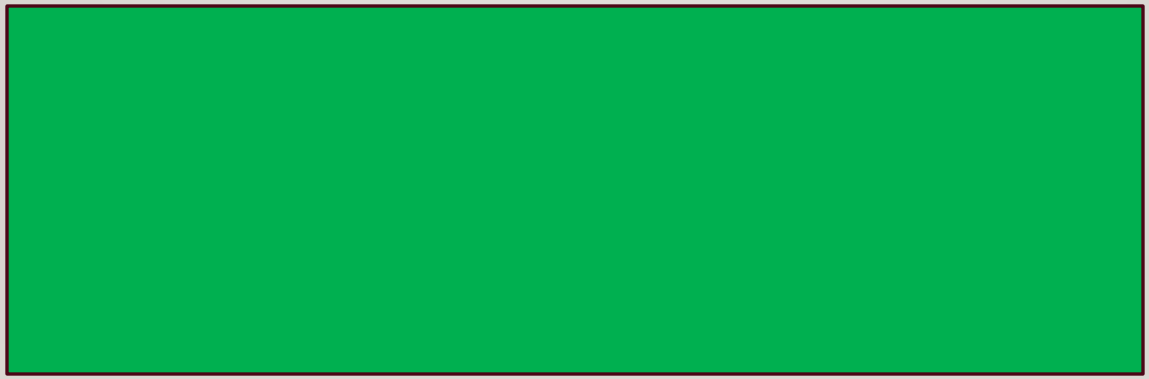


(Åberg-Bengtsson, 1992, s,22)

ÄMNESSPECIFIKA ORD

Ordförrådet:

-Ämnesspecifika ord såsom ental och rektangel.



ORDFÖRRÅDET (HOMONYMER)

-Vardagsspråk/matematikspråk såsom:
udda,
rymmer,
produkt
och
faktor.

ORDFÖRRÅDET

-Vardagsspråk/matematikspråk

Ord	Matematiken (Geometri)	Vardag
Linje	Oändligt rak linje	Busslinje, tåglinje, telefonlinje
Punkt	Exakt position	Tidpunkt, programpunkt
Cirkel	Sluten kurva	Vänkrets ex bokcirkel
Volym	Hur mycket något rymmer	Ljudvolym, hårvolym

SYMBOLER (SEGERBY, 2015, 2023, 2026)

Symbol	Betydelse i matematiken	Betydelse i annat sammanhang
+	Betyder lägga ihop (addera), ex 5 + 7= 12	Sätta ihop, ex häst+sko = hästsko
−	Betyder differensen mellan (subtrahera), ex 20 - 8= 12	Kan betyda **motsats** ex stor-liten, Kan betyda **till**, ex gör uppgift 20-25, kan användas för att **binda ihop** ord, ex Jag önskar mig fred på jorden i jul-klapp. Används som talstreck: - Matematik är det roligaste jag vet.
x	Betyder multiplikation, ex 6 x 4 = 24 **men** kan även betyda ett okänt tal, ex 3x = 12	Bokstav, som x:et i i xylofon
/	Betyder division ex, 18/3= 6 **men** kan även vara en del av ett bråktal, ex $\frac{3}{4}$	I datum 22/4- läses då ut som i, den 22 **i** 4. Kan betyda **per** t.ex. person, ex Biljetten kostar 750 kr/person.

DECIMALTAL

- Ett decimaltal är ett tal som består av decimaler.
- Innehåller decimaltecken för att separera heltal från decimaltal.

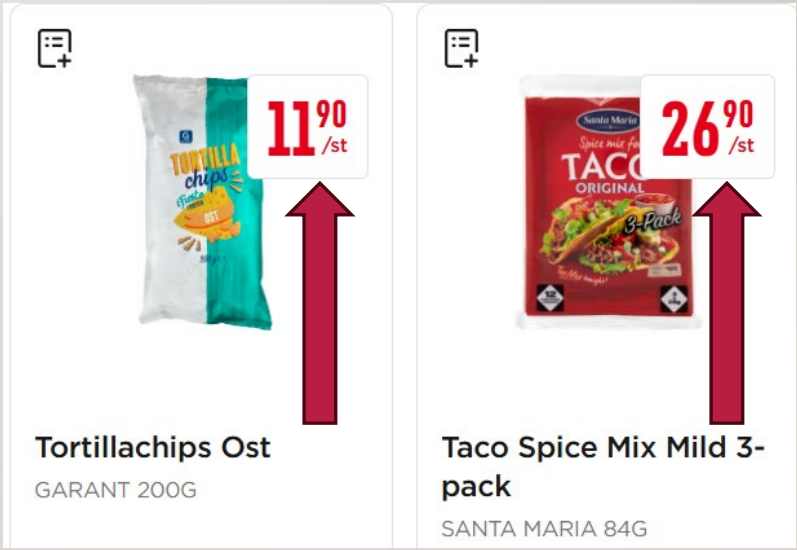
BEGREPPET DECIMALTECKNET (,)

- I andra sammanhang är tecknet (,) ett skiljetecken, kommatecken, som **markerar en kort paus** och strukturerar meningar för bättre läsbarhet, ofta genom att **avskilja huvudsatser, bisatser eller i uppräkningar.**

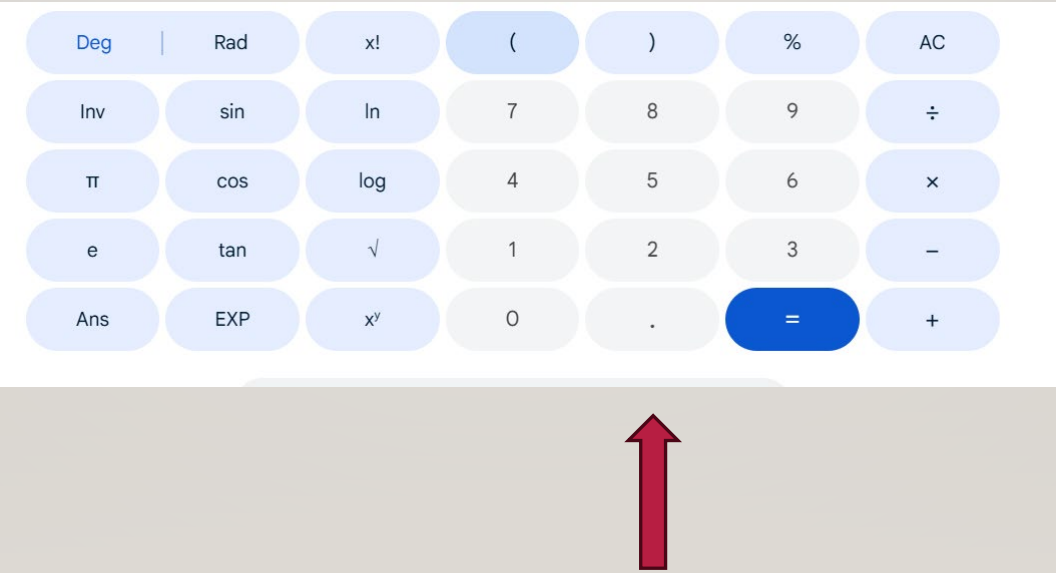
- Ex ”Lördag är min bästa veckodag för då spelar jag padel, äter lite finare middag och godis”.

- ”Igår köpte jag en biobiljett för 150 kr, lösviktsgodis för 55,50 kr och en 0,5 liter läsk för 14,95 kr.”

DECIMALTECKNET SER IBLAND ANNORLUNDA UT I VARDAGSSAMMANHANG



MEN ÄVEN I MATEMATIKEN



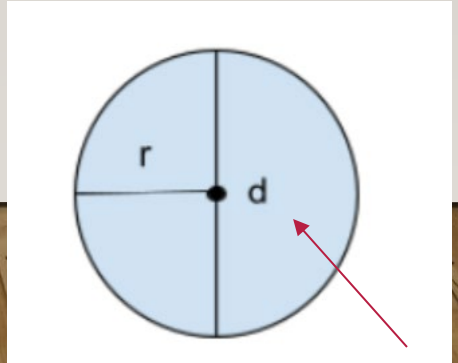
FÖRKORTNINGAR

- I matematiken använda förkortningar ofta. T ex används förkortningar för olika prefix såsom Giga (G), Mega (M), Milli (m) och Deci (d).

- Stora G (Giga 10^9) men lilla g är gram.

- Det kan vara något förvirrande t. ex. är lilla m förkortning för milli (tusendel- 10^{-3}), men också en förkortning för meter så mm kan då bli lite problematiskt för att göra det ännu rörigare är stora M (Mega) 10^6.

- Förkortningen d betyder deci (tiondel-10^{-1}) såsom dm och dl, men är även en förkortning för diameter.



KORRELATION MELLAN LÄSNING OCH MATEMATIK

Redan ifrån årskurs 1 framkommer det en tydlig korrelation mellan läsförmåga och matematisk förmåga.

Om undervisning kring lässtrategier i matematik inte sker, verkar korrelation följa eleverna genom elevernas hela skolgång (Korohonen m.fl., 2012).

UNDERSÖKNINGAR GÄLLANDE HUR ELEVERNA LÄSER TEXTERNA

-Intervjustudie med sex årskurs 3 elever där deras lässtrategier undersöktes kopplade till en sida i en matematikbok (Segerby, 2014)

-Intervjustudie med 18 elever i åk 1, 4 och 7 kopplat till sidor som berörde taluppfattning gällande positionssystemet (Segerby, 2020)

-Intevjustudie med 18 elever i åk 1, 4 och 7 gällande vilka lässtrategier de använder sig av när de läser texter i geometri (Segerby, 2024)

-Strategierna i den Reciprokala undervisningsmodellen är i fokus

RECIPROKALA UNDERVISNINGSMODELL (RU)

Att resonera involverar att kunna använda sig av matematikens begrepp, metoder vid redovisningar av lösningar på matematikproblem. Att föra ett resonemang innefattar även att själv och tillsammans med andra till exempel testa, föreslå, **förutsäga**, gissa, **fråga**, **förklara**, finna mönster, **generalisera**, argumentera. (Hämtat ifrån kommentarmaterial till läroplanen; Skolverket u.å)

RU modellen:

-Förutsäga: **förutsäga** innehållet i en skriven text (Spågumman Julia)

-Fråga: **ställa frågor** till texten (efter att ha läste den). (Nicke Nyfiken)

-Klargöra: **förklara** ord och begrepp (Doris Detektiv)

-Summera: **summera** innehållet i en text (Cowboy Jim)*

SAMMANFATTNING AV RESULTATEN

- Alla elever hade utvecklat lässtrategier, dock mer eller mindre lyckade.
- Högpresterande hade hittat flera framgångsrika strategier.
- Informationsrutan hoppade flera elever över eller de läste endast delar av den, vilket inte bidrog till att skapa förståelse för vad de skulle lära sig.
- Svårt att identifiera och beskriva huvudbudskapen.

FORSKNING MED UNIVERSITETS-STUDENTER

-Shepherd et al., 2012 undersökte 11 universitetsstudenter läsförmåga kopplat till matematikboken ibland annat algebra och symmetri

-Weinberg et al., 2012 undersökte 1 156 universitetsstudenter läsförmåga i algebra och statistik

*Problematik med att **förutsäga** och berätta om det matematiska innehållet som presenteras.

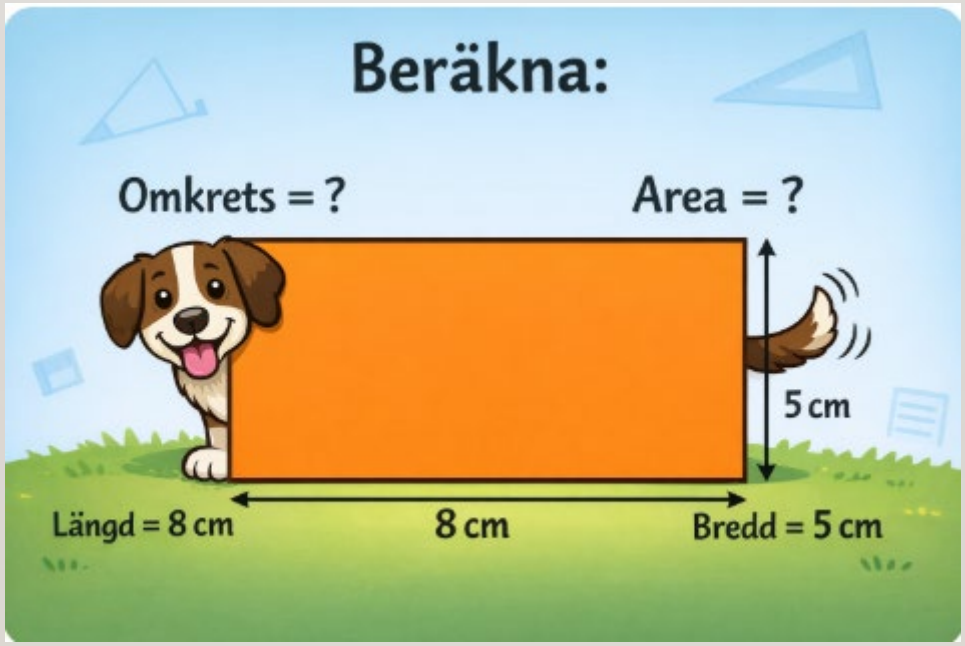
*Svårt att identifiera **huvudbudskapet.**

*Flertalet av studenterna hoppade över informationsrutan **(förklarande text som summerade innehållet).**

SAMMANFATTNING AV RESULTATEN

- Alla elever hade utvecklat lässtrategier, dock mer eller mindre lyckade.
- Högpresterande hade hittat flera framgångsrika strategier.
- Informationsrutan hoppade flera elever över eller de läste endast delar av den, vilket inte bidrog till att skapa förståelse för vad de skulle lära sig.
- Svårt att identifiera huvudbudskapen.
- **Många elever ansåg att matematik är ett görande och inte ett lärande och läste inte informationsrutan utan gick direkt till uppgifterna.**
- **Bilder hjälpte inte alltid till att göra det lättare för eleverna att förstå innehållet, istället skapade de förvirring.**

FÖRVIRRANDE



ILLUSTRATIONER

3 olika:

-Dekorativa bilder

-Relaterade men inte väsentliga bilder

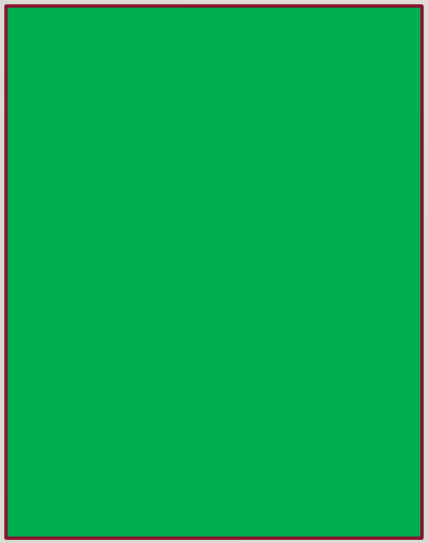
-Väsentliga bilder

DEKORATIV BILD- GEOMETRI

- Rita en rektangel med basen 6 cm och höjden 10 cm.

RELATERAD MEN INTE VÄSENTLIG BILD

En rektangel har basen 6 cm och höjden 10 cm. Räkna ut omkretsen av rektangeln.

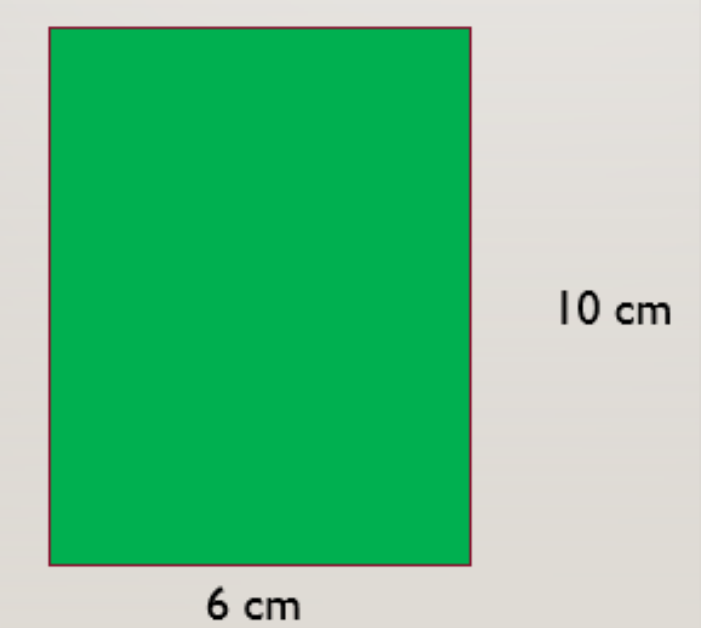


10 cm

6 cm

VÄSENTLIG BILD

Räkna ut arean av rektangeln nedan.



ATT JOBBA MED SPRÅKET I MATEMATIK- HUR DÅ?

- Lässtrategier!

DEFINITION AV LÄSSTRATEGIER

- Medvetet kontrollerade processer som läsaren använder för att tolka och organisera text för att förbättra sin förståelse (Vellutino, 2003).

- Strategier av två typer: ytnivå- och djupnivåstrategier (Murphy & Alexander, 2002).

  -Ytnivåstrategier innebär t ex att läsa om en text flera gånger eller räkna om en uppgift flera gånger.

DJUPNIVÅSTRATEGIER

*bygga på förförståelse

*ställa frågor till texten

*finna enskilda detaljer i texten

*identifiera huvudbudskapet

*sammanfatta innehållet

*beskriva matematiska begrepp (ord) i texten

RECIPROKAL UNDERVISNINGSMODELL (PALINSCAR & BROWN, 1984)

Att resonera involverar att kunna använda sig av matematikens begrepp, metoder vid redovisningar av lösningar på matematikproblem. Att föra ett resonemang innefattar även att själv och tillsammans med andra till exempel testa, föreslå, **förutsäga**, gissa, **fråga**, **förklara**, finna mönster, **generalisera**, argumentera. (Hämtat ifrån kommentarmaterial till läroplanen; Skolverket u.å)

RT modellen:

-Förutsäga: **förutsäga** innehållet i en skriven text (Spågumman Julia)

-Fråga: **ställa frågor** till texten (efter att ha läste den). (Nicke Nyfiken)

-Klargöra: **förklara** ord och begrepp (Doris Detektiv)

-Summera: **summera** innehållet i en text (Cowboy Jim)

FÖRUTSÄGA- AKTIVERA FÖRKUNSKAPER

Innan man börjar ett område, men även arbeta med kontinuerligt.

Hur tar man reda på vad sidan handlar om?

- Rubriker
- Informations-ruta
- Använda flera källor

KOMMUNIKATION I GEOMETRI

Eleverna ska kunna kommunicera ***med*** såväl som ***om geometriska*** begrepp.

För att kunna kommunicera på ett effektivt sätt krävs ett precist språk där tydligt definierade termer (begrepp) används.

ATT KUNNA NAMNGE GEOMETRISKA BEGREPP

- Att lära sig geometriska begrepp är en del i den geometriska utvecklingen och en annan viktig aspekt är att fördjupa förståelsen för begreppen.

- Ett gemensamt språk underlättar kommunikationen

trehörning → triangel → rätvinklig triangel

KLARGÖRA - ORDLISTA

Eleverna kan bygga upp en egen ordlista där de kan slå upp ord och begrepp som de har träffat på i läroboken. Ordboken kan fortfarande kompletteras med ny information efter att eleverna har lärt sig mer om de olika orden och begreppen.

Att utveckla elevernas ordförråd påverkar läsförståelse markant.

Utgå ifrån de begrepp som nämns i läroplanen.

LGR 22 – ÅK 1-3 (2022)

KUNSKAPSKRAV för godtagbara kunskaper i slutet av åk 3	CENTRALT INNEHÅLL
• Dessutom kan eleven använda grundläggande geometriska begrepp och vanliga lägesord för att beskriva geometriska objekts egenskaper, läge och inbördes relationer.	Vanliga lägesord för att beskriva föremåls och objekts läge i rummet. *Grundläggande geometriska tvådimensionella objekt samt objekten klot, kon, cylinder och rätblock. **Egenskaper hos dessa objekt** och deras inbördes relationer. Konstruktion av geometriska objekt. Jämförelser och uppskattningar av storheter. Mätning av längd, massa, volym och tid med vanliga nutida och äldre måttenheter. * Skala vid enkel förminskning och förstoring. *Symmetri i vardagen

ÅK 1-3 ANPASSAD SKOLA (CENTRALT INNEHÅLL)

Geometri

- Vanliga lägesord för att beskriva föremåls och objekts läge i rummet.
- Grundläggande geometriska tvådimensionella objekt och hur de benämns.
- Mätning av längd, massa, volym och tid med några vanliga måttenheter.
- Planering av händelser i tidsföljd och uppskattning av tidsåtgång.

UTVECKLA BEGREPPSFÖRMÅGAN GENOM OLIKA REPRESENTATIONER

genom att välja en uttrycksform kan vi representera begrepp och därmed kommunicera och använda begreppet

Uttrycksform	**Representation**
Ord, muntligt: matematisk term/vardagsspråk	(säger triangel/trekant)
Ord, skriftligt: matematisk term/vardagsspråk	triangel/trekant
Bild	
Symboler, grafer, tabeller, diagram	ΔABC
Konkret objekt	(tar upp ngt triangelformat)
En handling	(visar med händerna en triangel)

GEOMETRI 4-6

Geometri

- Grundläggande geometriska två- och tredimensionella objekt samt deras egenskaper och inbördes relationer. Konstruktion av geometriska objekt, **såväl med som utan digitala verktyg.**
- Jämförelse, uppskattning och mätning av längd, area, massa, volym, tid och vinkel med standardiserade måttenheter samt enhetsbyten i samband med detta.
- Metoder för hur omkrets och area hos olika tvådimensionella geometriska figurer kan bestämmas och uppskattas.
- Skala vid förminskning och förstoring samt användning av skala i elevnära situationer.
- Symmetri i planet och hur symmetri kan konstrueras.

4-6 ANPASSAD SKOLA

Geometri

- Grundläggande geometriska två- och tredimensionella objekt, deras egenskaper och hur de benämns.
- Jämförelser och uppskattning av storheter. Mätning av längd, massa, volym och tid med standardiserade måttenheter.
- Planering av händelser i tidsföljd och uppskattning av tidsåtgång.

GEOMETRI ÅK 7-9

- Geometriska objekt samt deras egenskaper och inbördes relationer. Konstruktion av geometriska objekt, såväl med som utan digitala verktyg.
- Metoder för beräkning av area, omkrets och volym hos geometriska objekt, samt enhetsbyten i samband med detta.
- Geometriska satser och formler samt argumentation för deras giltighet.
- Skala vid förminskning och förstoring av två- och tredimensionella objekt.
- Likformighet och kongruens.

7-9 ANPASSAD GRUNDSKOLA

Geometri

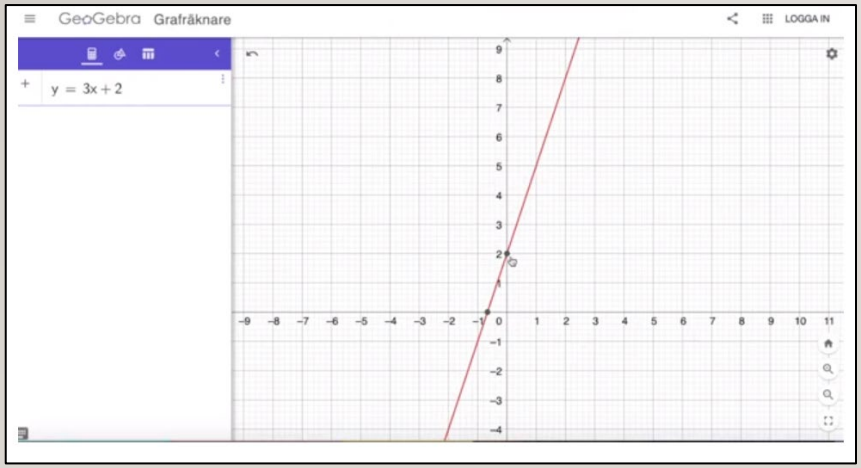
- Geometriska objekt, deras egenskaper och hur de benämn
  Konstruktion av enkla geometriska objekt, såväl med som utan digitala verktyg.
- Jämförelser och uppskattning av storheter. Mätning av längd, area, massa, volym och tid med standardiserade måttenheter. Metoder för mätning samt enhetsbyten i samband med detta.
- Planering av händelser i tidsföljd och uppskattning av tidsåtgång, såväl med som utan digitala verktyg.
- Skala vid enkel förstoring och förminskning.

LABORATIVA LÄROMEDEL

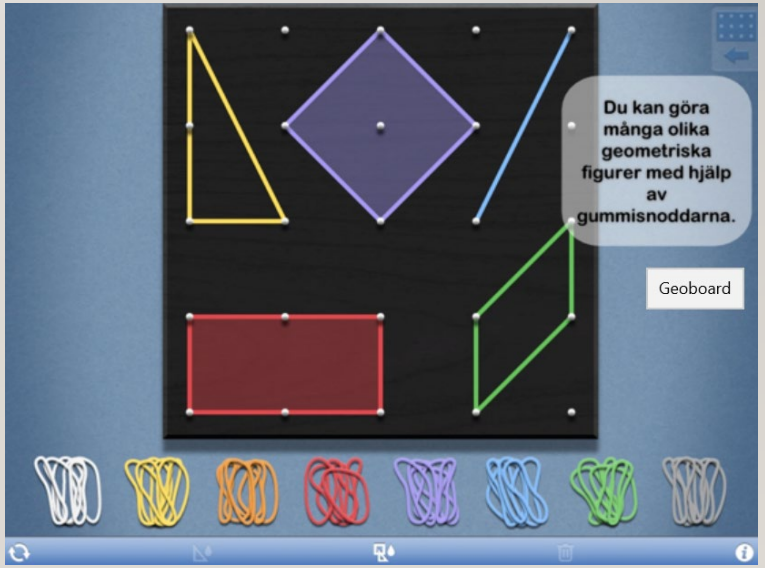
(RYSTEDT & TRYGG 2010)

Kan vara:

Digitala som grafräknare, datorprogram, webbaserade applikationer och interaktiva skrivtavlor.



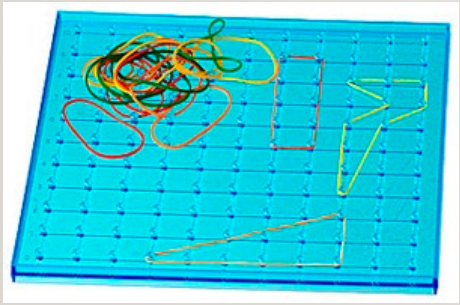
Rätа linjen Geogebra Graphing - YouTube



https://www.youtube.com/watch?v=HhsB8u7X8kc

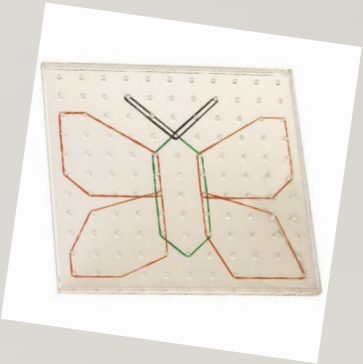
App: Geoboard – Digital geobräda

http://www.mathlearningcenter.org/web-apps/geoboard/



Prickpapper finns på:

http://ncm.gu.se/matematikpapper



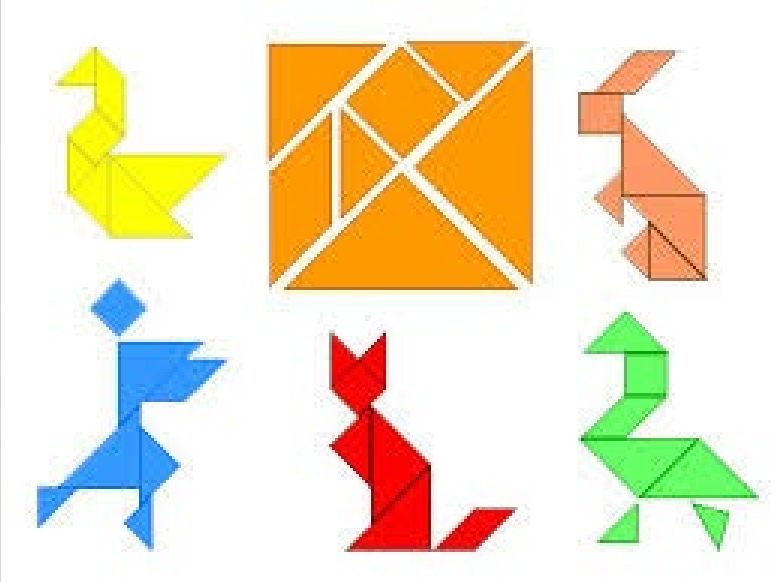
FYSISKA MATERIAL

Fysiska material kan i sin tur vara av olika typer. Szendrei väljer att dela in dessa i tre grupper:

- Vardagliga föremål (toblerone – prisma, låda- rätblock)

- Pedagogiska material (3d-modeller, tangram)

TANGRAM



- Bygga efter färdiga bilder
- Bygga ihop figurer efter egen fantasi

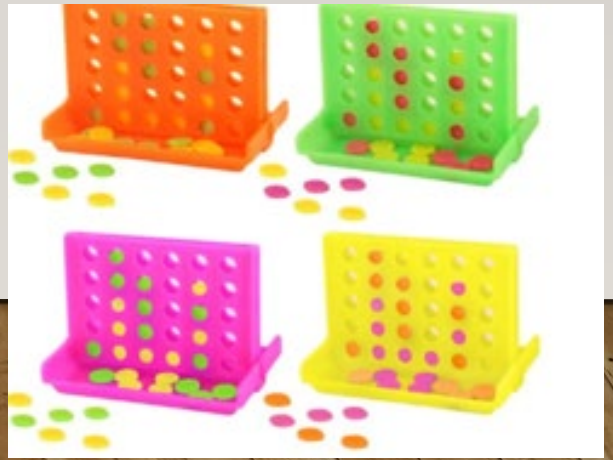
FYSISKA MATERIAL

Fysiska material kan i sin tur vara av olika typer.

Szendrei väljer att dela in dessa i tre grupper:

- Vardagliga föremål (måttsatser, kroppen)

- Spel



3:E STRATEGIEN: STÄLLA FRÅGOR TILL ETT INNEHÅLL

- Vad vet du om en triangel?
- Hur kan en rektangel se ut som har omkretsen 24 cm?
- Hur räknar man ut hypotenusan i en rätvinklig triangel och varför gör man så?

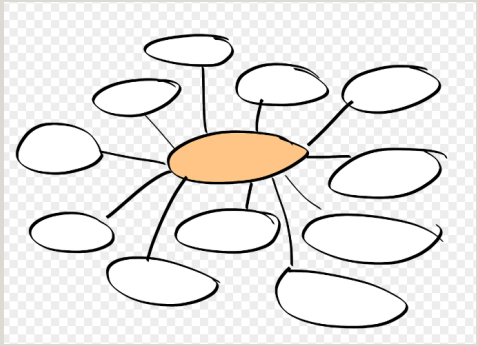
- Ställa frågan till en kompis

SUMMERA

Tankekartor

1. Ta reda på vilka förkunskaper eleverna har genom att låta dem skriva ned vad de vet om ett visst område.

- 2. Efter att ett område avslutats, låt eleverna summera.



GÖRANSSON M.FL. (2015)
A CONCEPTUAL APPROACH TO TEACHING MATHEMATICS TO STUDENTS WITH INTELLECTUAL DISABILITY

- **Pedagogiska matematikaktiviteter**

Lärare använder konkreta material, vardagsnära situationer och sinnesbaserade aktiviteter. Matematik integreras i olika sammanhang och görs tillgänglig genom praktiskt arbete.

Lärare försöker synliggöra och bekräfta elevernas sätt att tänka. Elever uppmuntras att pröva egna idéer och olika lösningsstrategier, snarare än att enbart nå rätt svar.

Skapa ett klimatsklimat där elever diskuterar, förklarar och lär av varandra. Kommunikation blir en viktig del av lärandet.

CONCEPT CARTOONS

[CONCEPT CARTOONS: GEOMETRI - SKOLVERKET]

MATEMATIKINSPIRATION | STARTSIDA

Concept Cartoons

- Begreppsbubblor... eller grubblor

Tänka tillsammans

Tillsammans lyckas man så mycket bättre

Laborativa aktiviteter

Problemlösande uppgifter med hjälp av vanligt material

Utomhusmatematik

Problemlösande uppgifter både för skogen och staden.

Lustfylld huvudräkning

En enkel metod för att träna huvudräkning

MATEMATIKUNDERVISNING I ANPASSAD GRUNDSKOLA - NCM

- Inledning
- Nyfikenhet lust och fantasi & Mönster i matematiken
- Tal som antal & Laborativt arbetssätt i matematik
- Tal som andel & Bedömning i matematikundervisningen
- Statistik och sannolikhet & Elevers dokumentation
- Tid, pengar och matematiska samband & Att utforma undersvisningsmaterial
- Rumsuppfattning & Resonemang och kommunikation
- Mätandets idé & Matematik – en språklig och social aktivitet
- Problemlösning i matematik & Lektionsplanering
- Referenslista

Explicit undervisning: laborativt, resonemang och kommunikation i fokus.

REFERENSER

Barton, M. L., & Heidema, C. (2002). *Teaching reading in mathematics* (2nd ed.). Aurora, CO: Mid-continent Research for Education and Learning.

Chinn, S., & Ashcroft, R. E. (2017). *Mathematics for dyslexics and dyscalculics: a teaching handbook.* John Wiley & Sons.Noonan, J. (1990). Readability problems presented by mathematics text. *Early child development and care, 54*, 57-81.

Korhonen, J., Linnanmäki, K., & Aunio, P. (2012). Language and Mathematical Performance: a Comparison of Lower Secondary School Students with Different Level of Mathematical Skills. *Scandinavian Journal of Education- al Research, 56*(3), 333-344

Göransson, K., Hellblom-Thibblin, T. & Axdorph, E. (2015). A Conceptual Approach to Teaching Mathematics to Students with Intellectual Disability. *Scandinavian Journal of Educational Research, 60:2.* 182–200

Rystedt, E. & Trygg, L. (2010). *Laborativ matematikundervisning: vad vet vi?*. (1. uppl.) Göteborg: Nationellt centrum för matematikutbildning, Göteborgs universitet.

-Segerby, C. (2014). Reading strategies in mathematics: a Swedish example. In S. Pope (Ed.) *Proceedings at BSLRM conference in Nottingham* (pp. 311-318). Nottingham: British Society for Research into Learning Mathematics. Available from https://bsrlm.org.uk/BCME8/BCME8-Full.pdf

Segerby, C. (2026). *Läsundervisning i matematik.* I: T. Alatalo (red.). *Läsundervisningens grunder: elever 6–10 år*. Lärobok för lärarstudenter och verksamma lärare. Lund: Gleerups förlag.

Segerby, C. (2020). Mind the gap between the students and their mathematical textbooks. Nordisk matematikkdidaktikk, NOMAD:[Nordic Studies in Mathematics Education], 25(3-4), 115-138.

Segerby, C. (2023). Linguistic challenges in geometry: Making the mathematical content accessible to include all students. I *Developing Inclusive Environments in Education: Global Practices and Curricula* (1 red., Vol. 1, s. 229-254). IGI Global. https://doi.org/10.4018/979-8-3693-0664-2.ch012

Shepherd, M D., Selden, A. & Selden, J. (2012). University students' reading of their first-year mathematics textbooks. *Mathematical Thinking and Learning, 14* (3), 226–256.

Shanahan, T., & Shanahan, C. (2012). What is disciplinary literacy and why does it matter?. Topics in Language Disorders, 32(1), 7-18.

Vellutino, F. R. (2003). Individual differences as sources of variability in reading comprehension in elementary school children. In A. P. Sweet & C. E. Snow (Eds.), *Rethinking reading comprehension* (pp.51–81). Guilford Press

Weinberg, A., Wiesner, E., Benesh, B. & Boester, T. (2012). Undergraduate students' self-reported use of mathematics textbooks. *Primus,* 22 (2), 152–175.

Åberg-Bengtsson, L. (1992). Barns förståelse av diagram – en studie av elever mellan 6 och 13 år. I G. Emanuelsson, B. Johansson, B. Rosén, & R. Ryding (Red.), *Dokumentation av 7:e Matematikbiennalen.* Göteborg: Göteborgs universitet Institutionen för ämnesdidaktik